1. [PAU10J1Q1] Trobeu l'equació general del pla que conté la recta $r_1: \frac{x-1}{2} = y = 2 - z$ i és perpendicular a la recta $r_2: \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$.

2. [PAU10J1Q4] Donades les rectes $r_1: \frac{x+5}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-4}$ i $s: \begin{cases} 2x + y + 2z + 5 = 0 \\ 2x - y + z + 11 = 0 \end{cases}$
a) Comproveu que són paral·leles.
b) Trobeu l'equació general del pla que les conté.

3. [PAU10J4Q1] Donats el pla $\pi: x + 2y + 3z - 4 = 0$ i els punts $P(3,1-2) i\ Q(0,1,2)$:
a) Calculeu l'equació continua de la recta perpendicular a π que passa pel punt P.
b) Calculeu l'equació general del pla perpendicular a π que passa pels punts $P\ i\ Q$.

4. [PAU10J4Q6] Siguin $\underset{v_1}{\rightarrow}(-1,3,2), \underset{v_2}{\rightarrow}(2,-1,4)\ i\ \underset{v_3}{\rightarrow}(a+1, a-1, 4a+2)$ tres vector de l'espai vectorial de R3.
a) Trobeu el valor del paràmetre a per al qual el vector $\underset{v_3}{\rightarrow}$ és combinació lineal dels vectors $\underset{v_1}{\rightarrow}$ i $\underset{v_2}{\rightarrow}$.
b) Comproveu que per a $a = 0$ el conjunt $\{\underset{v_1}{\rightarrow}, \underset{v_2}{\rightarrow}, \underset{v_3}{\rightarrow}\}$ és linealment independent.

5. [PAU10J5Q2] Donats el punt $P(1,0-2)$ i la recta $r: \frac{x-5}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+3}{-3}$:
a) Trobeu l'equació continua de la recta que passa pel punt P i talla perpendicularment la recta r.
b) Calculeu la distància del punt P a la recta r.

6. [PAU10J5Q5] Siguin $r\ i\ s$ dues rectes d'equacions;
$$r: (x, y, z) = (-4,3,4) + t(2,-1,1) \quad i \quad s: x + 1 = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-a}{3}$$
a) Trobeu el valor del paràmetre a perque aquestes rectes es tallin.
b) En el cas en que es tallen, trobeu l'equació general del pla que les conté.

7. [PAU10S2Q2] Donats el pla $\pi: 5x + y + 3z = 4$ i la recta $r: \begin{cases} ax - y = 2 \\ 2y + z = -3 \end{cases}$, estudieu-ne la posició relativa en funció del paràmetre a.

8. [PAU10S2Q6] Considereu la recta $r: \frac{x+4}{-2} = \frac{y-1}{-1} = z - 1$.
a) Trobeu els dos punts $A\ i\ B$, de la recta r que estan situats a una distància $d = \sqrt{6}$ del punt $P(-1,1,2)$.
b) Trobeu l'àrea del triangle de vèrtex $A, B\ i\ P$.

9. [PAU11J1Q1] Donada la recta $r: \begin{cases} 2x - y + 3z = 2 \\ x + z + 1 = 0 \end{cases}$
a) Trobeu-ne un vector director.
b) Calculeu l'equació continua de la recta paral·lela a r que passa pel punt $P(1,0,-1)$.

10. [PAU11J1Q5] Siguin $r_1: x - 2 = \frac{y-3}{2} = \frac{1-z}{2}$ i $r_2: \frac{x+3}{2} = y + 1 = \frac{z+1}{2}$.
a) Comproveu que $r_1\ i\ r_2$ són perpendiculars.
b) Comproveu que es tallen mitjançant la determinació del punt de tall.

11. [PAU 11J4Q2] Donar el pla $\pi: 2x + y - z = 5$
a) Calculeu l'equació del pla paral·lel al pla π que passa pel punt $P(1,0,-1)$
b) Determineu també la distància de P i el pla π.

12. [PAU11J4Q5] Calculeu l'equació general del pla que contenen la recta $r: \begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ i que formen un angle de 45º amb el pla $z = 0$.

13. [PAU11S2Q5] Considereu la recta $r: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = z - a$ i el pla $\pi: 2x + y - 5z = 5$.
a) Estudieu la posició relativa de la recta r i el pla π en funció del paràmetre a.
b) Quan $a = 3$, estudieu la distància de la recta r al pla π.

14. [PAU12J3Q1] Digueu per a quin valor del paràmetre m, tenen com a intersecció una recta els plans $\pi_1: x - y + mz = 1$, $\pi_2: x - y + z = m$ i $\pi_3: my + 2z = 3$

15. [PAU12J3Q3] Donats el pla $\pi: x - y + 2z = 5$ i la recta $r: \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + z = 10 \end{cases}$'
a) Calculeu el punt d'intersecció entre el pla i la recta.
b) Trobeu l'equació continua de la recta s continguda al pla π, que és perpendicular a la recta r, i talla r.

16. [PAU12J3Q6] Donats els punt $P(1,0,0), Q(0,2,0), R(0,0,3) i\ S(1,2,3)$:
a) Calculeu l'equació general del pla que conté els punts $P, Q\ i\ R$.
b) Comproveu si els quatre punts són coplanaris.

17. [PAU12J1Q1] Donats els plans $\pi_1: 3x + y - 2z + 15 = 0\ i\ \pi_2: x + y + 2z - 103 = 0$
a) Comproveu que són perpendiculars.
b) Calculeu l'equació general del la perpendicular als dos plans donats que passa per punt $P(1,3,2)$.

18. [PAU12J1Q6] Siguin $\pi: x - 3y + 2z = 1$ i $r: \begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x - y + mz = 1 \end{cases}$. Estudieu-ne la posició relativa segons el valor del paràmetre m.

19. [PAU12S4Q5] Considereu les rectes de l'espai següents:

$$r: \frac{x+1}{2} = y - 1 = \frac{z-1}{-1}\ i\ s: \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}.$$

a) Comproveu que són secants.
b) Calculeu l'equació continua de la recta que les talla i que es perpendicular a totes dues.

20. [PAU13J4Q5] Donats el punts $P(1,0,-1) i\ Q(-1,2,3)$, trobeu un punt R de la recta $r: \frac{x+3}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-3}{-1}$ que compleixi que el triangle de vèrtex $P, Q\ i\ R$ és isòsceles, en què $PR\ i\ QR$ són els costats iguals.

21. [PAU13J3Q1] Sigui $\pi: 3x - 2y + z = 10$.
a) Trobeu l'equació continua de la recta r perpendicular a π que passa pel punt $P(-1,3,2)$.
b) Trobeu també l'equació general del pla paral·lel a π que passa pel mateix punt P.

22. [PAU13J3Q4] Un triangle d'àrea $\frac{3}{2}$ té dos dels vèrtex als punts $P(0,0,0) i\ Q(2,0,1)$. El tercer vèrtex R, és un punt de la recta r: $\begin{cases} x+y+z=0 \\ y=1 \end{cases}$ i té la primera coordenada no nul·la. Calculeu les coordenades del vèrtex R.

23. [PAU13J5Q1] Siguin $\pi_1: 2x+3y-z=4\ i\ \pi_2: x-2y-4z=10$.
a) Comproveu que els plans $\pi_1 i\ \pi_2$ són perpendiculars.
b) Trobeu l'equació continua de la recta paral·lela als plans $\pi_1 i\ \pi_2$ i que passa pel punt $P(-1,3,2)$.

24. [PAU13J5Q3] Donats els punts $P(1,-1,2), Q(2,0,1) i\ R(3,2,-1)$,
a) Trobeu l'equació general del pla que determinen els tres punts.
b) Trobeu un punt S pertanyent a la recta r: $\frac{x-5}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-5}{-3}$, de manera que el tetraedre de vèrtex $P, Q, R\ i\ S$ tingui un volum igual a ½.

25. [PAU13J5Q5] Considereu els punts $A(-1,2,4) i\ B(3,0,-2)$.
a) Trobeu l'equació del pla format per tots els punts que equidisten de $A\ i\ B$.
b) Donat un punt $C(x,y,z)$, dividim el segment AC en tres parts iguals i obtenim els punts A, A1, B i C. Trobeu el punt C.

26. [PAU13S1Q1] Sigui $V=\{(-1,1,1),(-2,-1,0),(1,2,a)\}$ un conjunt de vectors de R3.
a) Trobeu el valor o els valors de a perque V sigui linealment dependent.
b) Quan $a=4$, expresseu el vector $\underset{v}{\rightarrow}=(3,9,14)$com a combinació lineal dels vector de V.

27. [PAU13S1Q3] Donats el pla $\pi: x+2y-z=3$ i la recta r: $\frac{x-1}{2}=y=\frac{z+m}{4}$,
a) Comproveu que el vector característic o normal de π i el vector director de r són perpendiculars.
b) Estudieu la posició relativa del pla i la recta en funció del paràmetre m.

28. [PAU13S1Q5] Donats el pla $\pi: 2x-y+3z-8=0$ i el punt $P(6,-3,7)$,
a) Trobeu l'equació continua de al recta que passa per P i és perpendicular al pla donat.
b) Trobeu el punt del pla π que està més proper al punt P.

29. [PAU14J3Q2] Considereu el punt $A(1,2,3)$.
a) Calculeu el punt simètric del punt A respecte de la recta d'equació $r: (x,y,z)=(3+\lambda,1,3-\lambda)$.
b) Calculeu el punt simètric del punt A respecte del pla que té per equació $\pi: x+y+z=3$

30. [PAU14J3Q5] Siguin $r\ i\ s$ les rectes de R3 d'equacions:
$s: (x,y,z)=(1+2\propto,3-\propto,4+3\propto)\ i\ r$: $\frac{x-2}{3}=y=\frac{z+1}{4}$, amb $\propto\in R$.
a) Comproveu que els punt mitjans dels segments que tenen un extrem situat sobre la recta r i l'altre extrem situat sobre la recta s formen un pla.
b) Trobeu l'equació general del pla de l'apartat anterior.

31. [PAU14J4Q3] Siguin els punts $P(1,1,0), Q(1,0,1) i\ R(0,1,1)$ i el pla $\pi: x+y+z=4$.
a) Trobeu l'equació general del pla que passa pels punts $P, Q\ i\ R$.
b) Si S és un punt de π, comproveu que el volum del tetraedre de vèrtex $P, Q, R\ i\ S$ no depèn del punt S.

32. [PAU14J4Q4] Donats els plans $\pi_1: x-4y+z=2m-1\ i\ \pi_2: 2x-(2m+2)y+2z=3m+1$.
a) Determineu els valors de m perquè el plans $\pi_1 i\, \pi_2$ s'intersequin en un recta i calculeu un vector director de la recta resultant que no depengui de m.
b) Sigui el pla $\pi: 3x-2y+3z=8$. Estudieu la posició relativa del pla π amb la recta r definida per la intersecció dels plans $\pi_1 i\, \pi_2$ quan $m=1$.

33. [PAU14S5Q1] Siguin $r\ i\ s$ les rectes de R3 que tenen les equacions següents:
$$r: +5 = y-5 = \frac{z-3}{2} \quad i \quad s: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$$
a) Estudieu el paral·lelisme i la perpendicularitat de les rectes.
b) Trobeu l'equació general del pla que conté la recta r i és paral·lela a la recta s. Calculeu la distància entre la recta s i el pla que heu obtingut.

34. [PAU14S5Q5] Donats els vectors $u(2,-1,0), v(-1,3,4)\ i\ w(0,3a-1,4a)$,
a) Calculeu els valors del paràmetre a perquè els vectors $u, v\ i\ w$ siguin linealment dependents.
b) Calculeu els valors del paràmetre a perquè un tetraedre d'arestes $u, v\ i\ w$ tinguin volum de 2/3 unitats cúbiques.

35. [PAU15J2Q2] Sigui $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = z$ i sigui $P(6,0,1)$.
a) Trobeu l'equació general del pla que passa pel punt P i tall perpendicularment a r.
b) Trobeu l'equació paramètrica del pla que passa per P i conté la recta r.

36. [PAU15J2Q4] Considereu a R3 la recta que té per equació $r: (x,y,z) = (-4+2\lambda, -2, 1-\lambda)$ i el plans $\pi_1: x+2y+2z=-1\ i\ \pi_2: x-2y+2z=-3$.
a) Determineu la posició relativa de $\pi_1 i\, \pi_2$.
b) Comproveu que tots el punts de la recta r estan situats a la mateixa distància dels plans $\pi_1\ i\ \pi_2$.
Nota: Podeu calcular la distància d'un punt de coordenades (x_o, y_o, z_o) al pla d'equació$Ax+By+Cz+D=0$ amb l'expressió $\frac{|Ax_o+By_o+Cz_o+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

37. [PAU15J4Q3] Siguin el punt $P(2,0,2)$ i el pla $\pi: x-y+z=1$.
a) Calculeu l'equació paramètrica de la recta que passa pel punt P i és perpendicular al pla π.
b) Calculeu la distància de P al pla π.
Nota: Podeu calcular la distància d'un punt de coordenades (x_o, y_o, z_o) al pla d'equació $Ax+By+Cz+D=0$ amb l'expressió $\frac{|Ax_o+By_o+Cz_o+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

38. [PAU15J4Q6] Siguin a R3 el punt $P(2,3,3,)$i la recta $r: (x,y,z) = (1,2,3) + t(1,1,1)$.
a) Calculeu l'equació paramètrica del pla que passa pel punt P i conté la recta r.
b) Calculeu l'equació general del pla que passa pel punt P i és perpendicular a la recta r.

39. [PAU15S5Q2] A l'espai tridimensional considereu la recta $r: (x,y,z) = (3+2\alpha, -\alpha, 3-\alpha)$ i els plans $\pi_1: x+y+z=-1\ i\ \pi_2: (x,y,z) = (2+\lambda, 1-\lambda+\mu, \mu)$.
a) Calculeu l'equació general del pla π_2.
b) Trobeu els dos punts de la recta r que equidisten dels plans $\pi_1 i\, \pi_2$.
Nota: Podeu calcular la distància d'un punt de coordenades (x_o, y_o, z_o) al pla d'equació $Ax+By+Cz+D=0$ amb l'expressió $\frac{|Ax_o+By_o+Cz_o+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

40. [PAU15S5Q4] Siguin els plans de R3 $\pi_1: -y+z=2\ i\ \pi_2: -2x+y+z=1\ \ i\ \ \pi_3: 2x-2z=-1$.

a) Calculeu la posició relativa dels tres plans.
b) Comproveu que el pla π_3 és paral·lel a la recta definida per la intersecció dels plans $\pi_1 i\, \pi_2$.

[PAU16J3Q2] A R3 siguin la recta $r: (x, y, z) = (1 + \lambda, \lambda, 1 - \lambda)$ i el pla $\pi: 2x - y + z = -2$.
a) Determineu la posició relativa de la recta i el pla.
b) Calculeu la distància de la recta i el pla.
Nota: Podeu calcular la distància d'un punt de coordenades (x_o, y_o, z_o) al pla d'equació $Ax + By + Cz + D = 0$ amb l'expressió $\frac{|Ax_o+By_o+Cz_o+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

41. [PAU16J3Q2] Siguin a $\mathbb{R}^3$ el pla π d'equació $x - y + 2z = 2$ i els punts $A = (3, -1, 2)$ i $B = (1, 1, -2)$
a) Comproveu que els punts *A* i *B* són simètrics respecte del plaπ.
b) Si *r* és la recta dels punts *P* que té per equació $P = B + \lambda v$, en què λ és unparàmetre real i $v = (1, 1, 0)$, verifiqueu que els punts mitjans dels segments *AP* pertanyen al pla π.

42. [PAU16J5Q5] Siguin les rectes $r: (x, y, z) = (2,3,-3) + \lambda(1,-1,0)\ \ i\ \ s: \frac{x-3}{2} = y - 5 = z + 2$
a) Estudieu si les rectes r i s son paral·leles o perpendiculars.
b) Determineu la posició relativa de les rectes r i s i calculeu l'equació paramètrica de la recta t que talla perpendicularment la recta r i s.

43. [PAU16S1Q1]Sigui la recta $r: (x, y, z) = (5 + \lambda, \lambda, -2 - 2\lambda)$ i els punts $P(1,0,-1) i\, Q(2,1,1)$.
a) Calculeu l'equació paramètrica de la recta que passa per Q i és perpendicular al pla determinat per la recta r i el punt P.
b) Calculeu el punt de la recta r que equidista dels punts P i Q.

44. [PAU16S1Q6] Responeu les qüestions següents:
a) Calculeu l'equació general del pla que passa per punt (0,0,1) i és perpendicular als plans $3x + y - z = 1\ \ i\ \ x + y + 2z = 5$.
b) Suposeu que un pla π_1 és perpendicular a un segon pla π_2, i que el pla π_2 és a la vegada perpendicular a un tercer pla π_3. Expliqueu raonadament si necessàriament els plans $\pi_1\ i\, \pi_3$ han de ser perpendiculars entre ells.

45. [PAU17J1Q2] Considereu els plans $\pi_1: 5x - y - 7z = 1\ i\, \pi_2: 2x + 3y + z = 5$.
a) Determineu l'equació general del pla que passa per l'origen de coordenades i és perpendicular als plans $\pi_1 i\, \pi_2$.
b) Calculeu l'angle que formen els plans $\pi_1 i\, \pi_2$.

46. [PAU17J5Q1] Siguin les rectes de R3 $r: \begin{cases} 2x - y = 1 \\ y - 2z = 0 \end{cases} i\, s: x + 1 = \frac{y-2}{2} = z - 1$.
a) Comproveu que són paral·leles.
b) Calculeu l'equació vectorial del pla que les conté.

47. [Pau17J5Q5] Sigui $\begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & a \\ 1 & 1 & a & a^2 \end{pmatrix}$ la matriu ampliada d'un sistema d'equacions lineals.
a) Discutiu el sistema segons els valors del paràmetre a, i interpreteu els resultat geomètricament.
b) Per a $a = 1$ trobeu la forma paramètrica del pla solució i doneu un punt i dos vectors directors d'aquest pla.

48. [PAU17S2Q1] Considereu el pla $\pi: x+y+z=1$ i la recta r que passa pel punt $P(0,0,6) i\ Q(1,2,3)$.
a) Estudieu la posició relativa de la recta r i el pla.
b) Calculeu la distància entre la recta r i el pla.

Nota: Podeu calcular la distància d'un punt de coordenades (x_o, y_o, z_o) al pla d'equació $Ax+By+Cz+D=0$ amb l'expressió $\frac{|Ax_o+By_o+Cz_o+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

49. [PAU17S2Q5] A R3, siguin la recta $r: \begin{cases} x-z=2 \\ 2y+z=4 \end{cases}$ i el punt $P(0,1,-1)$.
a) Calculeu l'equació general del pla π perpendicular a la recta r i que passa pel punt P.
b) Calculeu el punt simètric del punt P respecte del pla $x+y+z=-3$.

50. [PAU18J1Q2] Sigui la recta r que passa pels punts $A(0,1,1) i\ B(1,1,-1)$.
a) Trobeu l'equació paramètrica de la recta r.
b) Calculeu tots els punts de la recta r que estan a la mateixa distància dels plans $\pi_1: x+y=-2\ i\ \pi_2: x-z=1$.

Nota: Podeu calcular la distància d'un punt de coordenades (x_o, y_o, z_o) al pla d'equació $Ax+By+Cz+D=0$ amb l'expressió $\frac{|Ax_o+By_o+Cz_o+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

51. [PAU18J1Q4] Considereu els punts $P, Q(5,0,3), R(1,2,3)\ i\ la\ recta\ r: \begin{cases} x+y+1=0 \\ 2x+3z-5=0 \end{cases}$
a) Determineu l'equació general del pla que passa per P i Q i és paral·lel a la recta r.
b) Donats el pla $x+2y+mz=7$ i el pla que passa per $P, Q\ i\ R$, trobeu m perquè siguin paral·lel i no coincidents.

52. [PAU18J5Q2] Siguin el pla d'equacions $\pi: x+y-z=0$ i el punt $P(2,3,2)$.
a) Calculeu el punt simètric del punt P respecte de π.
b) Calculeu l'equació general dels dos plans paral·lels a π que estan a una distància de $\sqrt{3}$ del punt P.

Nota: Podeu calcular la distància d'un punt de coordenades (x_o, y_o, z_o) al pla d'equació $Ax+By+Cz+D=0$ amb l'expressió $\frac{|Ax_o+By_o+Cz_o+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

53. [PAU18J5Q5] Siguin les rectes $r_1: x-1=\frac{y-2}{-1}=z-5$ i $r_2: (x,y,z)=(2-3\lambda, -1+\lambda, 2)$.
a) Trobeu l'equació general del pla que conté la recta r1 i és paral·lela a r2.
b) Digueu quina condició s'ha de complir perquè existeixi un pla que contingui la recta r1 i sigui perpendicular a la recta r2. Amb les rectes r1 i r2 de l'enunciar, comproveu si existeix un pla que contingui la recta r1 i sigui perpendicular a la recta r2.

54. [PAU18S3Q3] Considereu el pla que té com a vectors directors $u(-1,3,2) i\ v(2,1,0)$ i que passa pel punt $A(1,0,3)$.
a) Calculeu l'equació de a recta que és perpendicular al pla i passa pel punt A.
b) Calculeu la distància del punt $P(1,5,0)$ al pla.

Nota: Podeu calcular la distància d'un punt de coordenades (x_o, y_o, z_o) al pla d'equació $Ax+By+Cz+D=0$ amb l'expressió $\frac{|Ax_o+By_o+Cz_o+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

55. [PAU18S3Q5] Considereu els punts de l'espai tridimensional $A(1,1,0), B(3,5,0) i\ C(1,0,0) i\ la\ recta\ r: x=y-1=\frac{z}{2}$
a) Trobeu el punt d'intersecció de la recta r amb el pla que passa pel punts $A, B\ i\ C$.

b) Trobeu els punts P de la recta r per als quals el tetraedre de vèrtex $P, A, B \; i \; C$ té un volum de $2u^2$.

Nota: El volum del tetraedre de vèrtex $P, Q, R \; i \; S$ es pot calcular amb l'expressió $\frac{1}{6}\left|[\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}, \overrightarrow{PS}]\right|$

56. [PAU20J1Q3]
    a) Calculeu l'equació general del pla π que passa pel punt $(8,8,8)$ i té com a vectors directors $u(1,2,-3) i \; v(-1,0,3)$.
    b) Determineu el valor del paràmetre a perquè el punt $(1,-5,a)$ pertanyi al pla π i calculeu l'equació paramètrica de la recta que passa per aquest punt i és perpendicular al pla π.

57. [PAU20J3Q5] Considereu la recta r d'equació $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$ i la recta s que passa pel punt $P = (2, -5, 1)$ i que té per vector director $(-1, 0, -1)$.
    a) Estudieu la posició relativa de les rectes $r \; i \; s$.
    b) Calculeu l'equació general del pla que és paral·lel a la recta r i conté la recta s.

58. [PAU20S4Q2] Un avió es desplaça des d'un punt $A = (0, 3, 1)$ cap a una plataforma plana d'equació $\pi: x - 2y + z = 1$ seguint una recta r paral·lela al vector $v = (1, -1, 0)$.
    a) Calculeu les coordenades del punt de contacte B de l'avió amb el pla i la distància recorreguda.
    b) Calculeu l'equació general del pla perpendicular a la plataforma i que conté la recta r seguida per l'avió des del punt A.

59. [PAU20S4Q6] Siguin les rectes $r \; i \; s$, expressades per $\frac{x-3}{2} = y = z - 1$ i $(\mu, -\mu, \mu)$, respectivament.
    a) Determineu la posició relativa de les rectes.
    b) Calculeu la distància entre la recta r i la recta s.

60. [PAU21J2Q3] Considereu el punt $P = (-1, 3, 1)$, el pla $\pi: x = y$ i la recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z - 2$.
    a) Trobeu les coordenades del punt P' simètric de P respecte del pla π.
    b) De tots els plans que contenen la recta r, trobeu l'equació cartesiana del que és perpendicular al pla π.

61. [PAU21J5Q3] Considereu els punts de l'espai tridimensional A=(1, a, 1), B=(a, 1, 2), C=(1, 1, 1) i D=(0, 0, 0), en què a és un paràmetre real.
    a. Determineu el valor del paràmetre a per al qual els punts són diferents i coplanaris (és a dir, que hi ha un pla que els conté
    b. Per al valor a=2, calculeu l'àrea del triangle de vèrtexs A, B i C.

    Nota: Per a calcular l'àrea del triangle definit pels vectors v i w, podeu fer servir l'expressió $S = \frac{1}{2}\left\| \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w} \right\|$n què v×w és el producte vectorial dels vectors v i w.

62. [PAU21SS1Q3]En $\mathbb{R}^3$ es donen els punts A=(3, 1, 1), B=(0, 0, 1), C=(4, 1, 2) i D=(1, 1, t), en què t és un valor real.
    a. Per a quin valor de t els quatre punts són coplanaris?
    b. Trobeu el valor de t per tal que el tetraedre (irregular) que formen els quatre punts tingui un volum de $5u^3$.

       Nota: El volum d'un tetraedre definit pels vectors v_1, v_2i v_3 és igual a un sisè del valor absolut del determinant de la matriu formada per tots tres vectors, $V = \frac{1}{6}\left|\det(\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \boldsymbol{v_3})\right|$.

63. [PAU22J2Q3]Sigui la recta r definida per l'expressió següent:

$$r:\begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = -1 + 3\lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases}$$

   a. Determineu la posició relativa de la recta r respecte al pla $\pi: x-2y+4z-4=0$. Si és paral·lela, calculeu la distància de r a π, i si és secant, calculeu el punt de tall.
   b. Calculeu l'equació de la recta s perpendicular al pla π i que talla la recta r en un punt P, la primera coordenada del qual és 5 vegades més gran que la segona.

64. [PAU22J5Q5]Siguin els punts A= (0, 0, 1), B= (1, 1, 1), C= (–1, –1, 1) i D= (1, 0, 1).
   a. Comproveu que tres d'aquests punts estan alineats. Determineu quins són els tres punts i calculeu l'equació contínua i l'equació paramètrica de la recta que defineixen.
   b. Calculeu l'equació general o cartesiana del pla que determinen els quatre punts

65. [PAU22S3Q5]El pal central que sosté la lona de la carpa d'un circ se situa perpendicularment sobre el pla d'un terra l'equació del qual és $\pi: x - z = 6$. Sabem que la cúpula de la carpa (el punt més alt per on passa el pal) és al punt de coordenades P= (30, 1, 0).
   a. Calculeu l'equació paramètrica de la recta que conté el pal.
   b. Calculeu les coordenades del punt de contacte del pal amb el terra, i la longitud del pal.

66. [PAU23J1Q6] Siguin els plans π_1 i π_2, determinats respectivament per les equacions $\pi_1: x+y=3$ i
$\pi_2: x-z=-2$.
   a. Trobeu l'equació general (Ax + By + Cz + D= 0) del pla π_3, que és perpendicular a π1 i π2, i que passa pel punt P= (4, 1, 2).
   b. Sigui r la recta d'intersecció de π_1 i π_2. Calculeu l'equació vectorial de la recta r.
   c. Calculeu el punt Q de la recta r que és més a prop del punt P.

67. [PAU23J5Q3] Considereu les rectes a l'espai $r: x=-y=z+m$ i $s\begin{cases} x + y = 1 \\ x - z = 0 \end{cases}$, en què m és un paràmetre real.
   a. Estudieu la posició relativa per als diferents valors del paràmetre m.
   b. Calculeu m perquè la distància entre les rectes r i s sigui de $\sqrt{2}$ unitats.

68. [PAU23SS2Q5] Siguin r_1 i r_2 les rectes definides per $r_1: x - 1 = y = -z$ i per $r_2: x=y=z$, respectivament.
   a. Calculeu l'equació paramètrica de la recta que talla perpendicularment les rectes r_1 i r_2.
   b. Calculeu la distància entre r_1 i r_2.

69. [PAU24J1Q6] Considereu els punts A = (1, 2, 3) i B = (–3, –2, 3).
   a. Calculeu l'equació del pla π que és perpendicular a la recta AB i que passa pel punT mitjà entre A i B. Justifiqueu que aquest pla està format, precisament, pels punts P = (x, y, z) que estan a igual distància de A que de B, és a dir, d(P, A) = d(P, B).
   b. Calculeu les distàncies de A i de B al pla π i comproveu que són iguals. És casualitat? Raoneu la resposta.
   c. Sigui C = (–7, 6, 3). El triangle ABC és isòsceles? Calculeu la seva àrea.

70. [PAU24J5Q6] Considereu les rectes $r: \frac{x-5}{4} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-3}{-1}$ i $:s: \begin{cases} x = 4 + 2k \\ y = 3 + k \\ z = -1 \end{cases}$

a. Quina és la seva posició relativa? Calculeu l'equació implícita d'un pla π que sigui paral·lel a les dues rectes i que passi per l'origen de coordenades.
b. Calculeu l'equació de la recta t que talla les dues rectes r i s perpendicularment.

71. [PAU24S3Q6] Considereu el punt $P = (1, 3, 0)$ i el pla π d'equació $x + 2y - 2z = -7$.
    a. Sigui r la recta que és perpendicular a π i passa per P. Calculeu el punt d'intersecció de π amb r.
    b. Calculeu la distància d del punt P al pla π.
    c. Calculeu l'equació d'un altre pla π' que sigui paral·lel a π i que també estigui a distància d de P.